

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА**  
**для поступающих**  
**на магистерскую программу**  
**«Геометрия и квантовые поля»**  
**по направлению подготовки 01.04.01 «Математика»**

**1. Программа вступительного экзамена**

Программа вступительного экзамена составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, предъявляемых к подготовке поступающих в магистратуру по направлению подготовки 01.04.01 «Математика». Программа содержит перечень тем, освоение которых необходимо для успешного прохождения вступительного экзамена, список рекомендуемой литературы для подготовки.

**2 Список тем, необходимых для прохождения вступительного экзамена**

1. Функции одной и нескольких переменных. Непрерывность функции. Свойства непрерывной функции.
2. Функции многих переменных, полный дифференциал и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.
3. Условия равенства смешанных частных производных.
4. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции. Первообразная непрерывной функции.
5. Неявные функции. Существование, непрерывность и дифференцируемость неявных функций.
6. Числовые ряды. Сходимость рядов. Критерий сходимости Коши. Достаточные признаки сходимости.
7. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Умножение рядов.
8. Степенные ряды в действительной и комплексной области. Радиус сходимости, свойства степенных рядов (почленное интегрирование, дифференцирование). Разложение элементарных функций.
9. Ряды Фурье. Достаточные условия представимости функции рядом Фурье.
10. Теоремы Остроградского и Стокса. Дивергенция. Вихрь.
11. Линейные пространства, их подпространства. Базис. Размерность. Теорема о ранге матрицы. Система линейных уравнений. Геометрическая интерпретация системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений системы однородных линейных уравнений. Теорема Кронекера - Капелли.
12. Билинейные и квадратичные функции и формы в линейных пространствах и их матрицы. Приведение к нормальному виду. Закон инерции.

13. Линейные преобразования линейного пространства, их задания матрицами. Характеристический многочлен линейного преобразования. Собственные векторы и собственные значения, связь последних с характеристическими корнями.
14. Евклидово пространство. Ортонормированные базисы. Ортогональные матрицы. Симметрические преобразования. Приведение квадратичной формы к главным осям.
15. Группы, подгруппы, классы смежности, теорема Лагранжа. Порядок элемента. Циклические группы.
16. Действие группы на множестве, орбиты и стабилизаторы.
17. Нормальные подгруппы, фактор-группы. Теорема о гомоморфизме.
18. Дифференциальное уравнение первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.
19. Линейное дифференциальное уравнение второго порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная зависимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Линейное неоднородное уравнение.
20. Линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами: однородное и неоднородное.
21. Функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
22. Элементарные функции комплексного переменного и даваемые ими конформные отображения.
23. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора.
24. Ряд Лорана. Полюс и существенно особая точка. Вычеты.
25. Понятие случайной величины и случайного процесса. Вероятность. Математическое ожидание, дисперсия.
26. Динамика материальной точки. Законы Ньютона.
27. Динамика системы материальных точек. Законы сохранения.
28. Движение в центрально-симметричном поле. Законы Кеплера.
29. Функция Лагранжа и уравнения Эйлера-Лагранжа системы материальных точек. Интегралы движения.
30. Динамика абсолютно твердого тела. Тензор инерции.
31. Колебания систем с одной и многими степенями свободы. Свободные и вынужденные колебания.
32. Канонические уравнения Гамильтона. Фазовое пространство и скобки Пуассона.
33. Основы специальной теории относительности. Преобразования Лоренца.
34. Электростатическое поле. Закон Кулона. Теорема Гаусса.
35. Статическое магнитное поле. Закон Био-Савара-Лапласа.
36. Уравнение Максвелла в вакууме. Скалярный и векторный потенциалы.
37. Энергия электромагнитного поля. Вектор Пойнтинга.
38. Электромагнитные волны.
39. Движение заряженной частицы в электромагнитном поле.
40. Основные постулаты квантовой механики. Волновая функция.
41. Принцип неопределенности.
42. Описание эволюции квантовомеханических систем. Уравнение Шредингера. Стационарные состояния.
43. Линейный квантовый гармонический осциллятор.
44. Угловой момент. Сложение моментов.

45. Движение в центральном поле. Атом водорода: волновые функции и уровни энергии.
46. Системы тождественных частиц. Бозоны и фермионы. Принцип Паули.
47. Теория упругого рассеяния. Борновское приближение.

### 3 Список рекомендованной литературы

- Рудин У., Основы математического анализа. – М.: Мир, 1976. – 320 с.
- Зорич В.А., Математический анализ. В 2-х частях. – М.: МЦНМО, 2019.
- Халмош П., Конечномерные векторные пространства. Пер. с англ. – М., Физматгиз, 1963. – 264 с.
- Гельфанд И.М., Лекции по линейной алгебре. – М.: Наука, 1971. – 272 с.
- Шафаревич И.Р., Ремизов А.О., Линейная алгебра и геометрия. – М.: Физматлит, 2009. – 512 с.
- Винберг Э.Б., Курс Алгебры. – М.: МЦНМО, 2013. – 590 с.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособие. В 10 т. Т. 1. Механика. 4-е изд., испр. – М.: Наука, 1988. – 216 с.
- Сивухин Д. В. Общий курс физики: учебное пособие в 5 т. Том 1. Механика. 6-е изд., стереот. – М.: Физматлит, 2020. – 560 с.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособие. В 10 т. Т. 2. Теория поля. 7-е изд., испр. – М.: Наука, 1988. – 512 с.
- Тамм И.Е. Основы теории электричества. Учеб. пособие для вузов. 11-е изд., испр. и доп. – М.: Физматлит, 2003. – 616 с.
- Сивухин, Д. В. Общий курс физики: учебное пособие в 5 т. Том 3. Электричество. 6-е изд., стереот. – М.: Физматлит, 2020. – 565 с.
- Денисов В.И. Лекции по электродинамике. Учебное пособие. 2-изд., испр. – М.: Изд. УНЦ ДО, 2007. – 272 с.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособие. В 10 т. Т. 3. Квантовая механика (Нерелятивистская теория). 4-е изд., испр. – М.: Наука, 1989. – 768 с.
- Елютин П.В., Кривченков В.Д. Квантовая механика (с задачами). изд. 2-е, перераб. – М.: Физматлит, 2001. – 304 с.
- Тахтаджян Л.А., Квантовая механика для математиков. – М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотичная динамика», Ижевский институт компьютерных исследований, 2011. – 496 с.
- Фаддеев Л. Д., Якубовский О. А. Лекции по Квантовой механике для студентов-математиков. Учеб. пособие. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1980. – 200 с.
- Голдстейн Г., Классическая механика. – М.: Наука, 1975. – 416 с.
- Дж. Джексон, Классическая электродинамика. Пер. с англ. – М.: Мир, 1965. – 702 с.