

1. Найдите  $f\left(\frac{5}{3}\right)$ , если  $f(x) = \frac{x}{x-1} - \frac{4}{9}$ .
2. Разность между наибольшим и наименьшим корнями уравнения  $x^2 + ax + 10 = 0$  равна 3. Найдите все возможные значения  $a$ .
3. Решите уравнение  $2 \cos 2x + 3 \sin 2x + 4 \cos^2 x = -1$ .
4. Решите неравенство  $\log_{1+\log_x 7}(1 + \log_7^2 x) \leq 1$ .
5. Две окружности касаются внутренним образом в точке  $P$ . Хорда  $QR$  внешней окружности касается внутренней окружности в точке  $S$ . Прямая  $PS$  пересекает внешнюю окружность в точках  $P$  и  $T$ . Найдите  $QT$ , если известно, что  $PQ \parallel RT$ , площадь четырёхугольника  $PQTR$  равна  $5\sqrt{5}$ , а радиусы окружностей относятся как  $7 : 10$ .
6. Ровно в 13:00 из пункта А в пункт Б выехал мотоциклист. Проехав четверть пути, наблюдательный мотоциклист заметил, что мимо него в сторону пункта А прошёл некий пешеход. В тот самый момент, когда мотоциклист прибыл в пункт Б, из пункта Б в пункт А выехал автомобиль. Когда до пункта А оставалось пятая часть пути, не менее наблюдательный водитель автомобиля заметил, что он поравнялся с тем самым пешеходом. Во сколько приехал автомобиль в пункт А, если известно, что пешеход прибыл в пункт А ровно в 17:00? Скорости пешехода, мотоцикла и автомобиля считать постоянными.
7. В основании правильной пирамиды с вершиной  $V$  лежит шестиугольник  $KLMNOP$  со стороной 10. Плоскость  $\pi$  параллельна ребру  $LM$ , перпендикулярна плоскости  $OPV$  и пересекает ребро  $MN$  в точке  $T$ , так что  $MT : TN = 1 : 4$ . Кроме того, прямые, по которым  $\pi$  пересекает плоскость  $MNV$  и плоскость основания, перпендикулярны. Найдите площадь треугольника, отсекаемого плоскостью  $\pi$  от грани  $NOV$ .
8. Найдите наименьшее значение выражения

$$\sqrt{65 + \log_a^2 \cos ax - \log_a \cos^8 ax} + \sqrt{10 + \log_a^2 \sin ax + \log_a \sin^2 ax} + \sqrt{125 + \log_a^2 \operatorname{tg} ax - \log_a \operatorname{tg}^{10} ax}$$

и все пары  $(a, x)$ , при которых оно достигается.