

1. Найдите  $f\left(\frac{7}{3}\right)$ , если  $f(x) = \frac{x}{x-1} + \frac{5}{3}$ .
2. Разность между наибольшим и наименьшим корнями уравнения  $x^2 + ax - 10 = 0$  равна 7. Найдите все возможные значения  $a$ .
3. Решите уравнение  $8 \cos^2 x + \sin 2x = 3 + 2 \cos 2x$ .
4. Решите неравенство  $\log_{1-\log_x 2}(1 + \log_2^2 x) \leq 1$ .
5. Две окружности касаются внутренним образом в точке  $A$ . Хорда  $BC$  внешней окружности касается внутренней окружности в точке  $D$ . Прямая  $AD$  пересекает внешнюю окружность в точках  $A$  и  $E$ . Найдите  $BE$ , если известно, что  $EC = CA$ , площадь четырёхугольника  $ABEC$  равна  $3\sqrt{3}$ , а радиусы окружностей относятся как  $2 : 3$ .
6. Ровно в 10:00 из пункта  $A$  в пункт  $B$  выехала маршрутка. Проехав треть пути, наблюдательный водитель маршрутки заметил, что мимо него в сторону пункта  $A$  проехал некий велосипедист. В тот самый момент, когда маршрутка прибыла в пункт  $B$ , из пункта  $B$  в пункт  $A$  выехал грузовик. Когда до пункта  $A$  оставалось шестая часть пути, не менее наблюдательный водитель грузовика заметил, что он поравнялся с тем самым велосипедистом. Во сколько приехал грузовик в пункт  $A$ , если известно, что велосипедист прибыл в пункт  $A$  ровно в 15:00? Скорости велосипедиста, маршрутки и грузовика считать постоянными.
7. В основании правильной пирамиды с вершиной  $V$  лежит шестиугольник  $KLMNOP$  со стороной 5. Плоскость  $\pi$  параллельна ребру  $KL$ , перпендикулярна плоскости  $NOV$  и пересекает ребро  $LM$  в точке  $T$ , так что  $LT : TM = 3 : 2$ . Кроме того, прямые, по которым  $\pi$  пересекает плоскость  $LMV$  и плоскость основания, перпендикулярны. Найдите площадь треугольника, отсекаемого плоскостью  $\pi$  от грани  $MNV$ .
8. Найдите наименьшее значение выражения

$$\sqrt{13 + \log_a^2 \cos \frac{x}{a} + \log_a \cos^4 \frac{x}{a}} + \sqrt{97 + \log_a^2 \sin \frac{x}{a} - \log_a \sin^8 \frac{x}{a}} + \sqrt{20 + \log_a^2 \operatorname{tg} \frac{x}{a} + \log_a \operatorname{tg}^4 \frac{x}{a}}$$

и все пары  $(a, x)$ , при которых оно достигается.