

1. Найдите  $f(2)$ , если  $f(x) = \frac{x}{5} + \frac{3}{x} + \frac{1}{10}$ .
2. Найдите сумму квадратов корней уравнения  $x^2 - 7x + 5 = 0$ .
3. Решите неравенство  $\cos x + \sqrt{2} \cos 2x - \sin x \geq 0$ .
4. Решите уравнение  $\log_x |2x^2 - 3| = 4 \log_{|2x^2 - 3|} x$ .
5. Окружность радиуса  $3/2$  касается середины стороны  $BC$  треугольника  $ABC$  и пересекает сторону  $AB$  в точках  $D$  и  $E$ , так что  $AD : DE : EB = 1 : 2 : 1$ . Чему может равняться  $AC$ , если  $\angle BAC = 30^\circ$ ?
6. Велосипедист Василий выехал из пункта А в пункт Б. Проехав треть пути, Василий наткнулся на выбоину, вследствие чего велосипед безнадежно вышел из строя. Не теряя времени, Василий бросил сломавшийся велосипед и пошёл пешком обратно в пункт А за новым велосипедом. В момент поломки из пункта А выехал мотоциклист Григорий. На каком расстоянии от пункта А он встретит Василия, если пункт Б отстоит от пункта А на 4 км, а Василий доберётся до пункта А тогда же, когда Григорий до пункта Б? Скорости велосипеда, мотоцикла и пешехода считать постоянными.
7. В правильную треугольную призму с основаниями  $ABC$ ,  $A'B'C'$  и рёбрами  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$  вписана сфера. Найдите её радиус, если известно, что расстояние между прямыми  $AE$  и  $BD$  равно  $\sqrt{13}$ , где  $E$  и  $D$  — точки, лежащие на  $A'B'$  и  $B'C'$  соответственно, и  $A'E : EB' = B'D : DC' = 1 : 2$ .
8. Найдите все пары  $(\alpha, \beta)$ , при которых достигается минимум выражения

$$\frac{4 - 3 \sin \alpha}{2 + \cos 2\alpha} + \frac{2 + \cos 2\alpha}{\beta^2 + \beta + 1} + \frac{\beta^2 + \beta + 1}{\sqrt{\beta} + 1} + \frac{\sqrt{\beta} + 1}{4 - 3 \sin \alpha}.$$

1. Найдите  $f(3)$ , если  $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{5}{x} + \frac{7}{12}$ .
2. Найдите сумму квадратов корней уравнения  $x^2 + 9x - 2 = 0$ .
3. Решите неравенство  $\sin x + \sqrt{\frac{2}{3}} \cos 2x + \cos x \leq 0$ .
4. Решите уравнение  $\log_{\sqrt{x+1}} |4x - 1| = 4 \log_{|4x-1|} \sqrt{x+1}$ .
5. Окружность радиуса 2 касается середины стороны  $AC$  треугольника  $ABC$  и пересекает сторону  $BC$  в точках  $K$  и  $L$ , так что  $BK = KL = LC$ . Чему может равняться  $AB$ , если  $\angle ABC = 45^\circ$ ?
6. Лыжник Григорий ехал по довольно пологому склону, но, проехав две трети пути, проявил неуклюжесть и сломал лыжи. Отбросив их за ненадобностью, он тут же пошёл обратно. В момент поломки с вершины горы стартовал лыжник Василий и, проехав 800 метров, встретил Григория. Найдите длину трассы, если известно, что Василий закончил спуск ровно тогда, когда Григорий добрался до вершины горы. Скорости лыжников и пешехода считать постоянными.
7. В правильную треугольную призму с основаниями  $ABC$ ,  $A'B'C'$  и рёбрами  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$  вписана сфера радиуса  $\sqrt{21}$ . Найдите расстояние между прямыми  $A'K$  и  $B'L$ , где  $K$  и  $L$  — точки, лежащие на  $AB$  и  $BC$  соответственно, и  $AK : KB = BL : LC = 2 : 3$ .
8. Найдите все пары  $(x, y)$ , при которых достигается минимум выражения

$$\frac{2 - \cos x}{2 - \cos 2x} + \frac{2 - \cos 2x}{(y^2 + 1)^2} + \frac{(y^2 + 1)^2}{|y| + 1} + \frac{|y| + 1}{2 - \cos x}.$$

1. Найдите  $f(5)$ , если  $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{4}{x} - \frac{7}{15}$ .
2. Найдите сумму квадратов корней уравнения  $x^2 - 8x - 3 = 0$ .
3. Решите неравенство  $\cos x - \sqrt{2} \cos 2x + \sin x \leq 0$ .
4. Решите уравнение  $\log_x |3x^2 - 4| = 4 \log_{|3x^2 - 4|} x$ .
5. Окружность касается середины стороны  $BC$  треугольника  $ABC$  и пересекает сторону  $AB$  в точках  $D$  и  $E$ , так что  $AD : DE : EB = 1 : 2 : 1$ . Чему может равняться радиус окружности, если  $\angle BAC = 30^\circ$  и  $AC = 2/3$ ?
6. Велосипедист Василий выехал из пункта А в пункт Б. Проехав четверть пути, Василий накнулся на выбоину, вследствие чего велосипед безнадёжно вышел из строя. Не теряя времени, Василий бросил сломавшийся велосипед и пошёл пешком обратно в пункт А за новым велосипедом. В момент поломки из пункта А выехал мотоциклист Григорий и, проехав 4 км, встретил Василия. Найдите расстояние между пунктами А и Б, если известно, что Василий добрался до пункта А тогда же, когда Григорий до пункта Б. Скорости велосипеда, мотоцикла и пешехода считать постоянными.
7. В правильную треугольную призму с основаниями  $ABC$ ,  $A'B'C'$  и рёбрами  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$  вписана сфера радиуса  $\sqrt{13}$ . Найдите расстояние между прямыми  $AE$  и  $BD$ , где  $E$  и  $D$  — точки, лежащие на  $A'B'$  и  $B'C'$  соответственно, и  $A'E : EB' = B'D : DC' = 1 : 2$ .
8. Найдите все пары  $(\alpha, \beta)$ , при которых достигается минимум выражения

$$\frac{4 - 3 \cos \alpha}{2 - \cos 2\alpha} + \frac{2 - \cos 2\alpha}{2\beta^4 + \beta^2 + 1} + \frac{2\beta^4 + \beta^2 + 1}{|\beta| + 1} + \frac{|\beta| + 1}{4 - 3 \cos \alpha}.$$

1. Найдите  $f(3)$ , если  $f(x) = \frac{x}{7} + \frac{2}{x} - \frac{2}{21}$ .
2. Найдите сумму квадратов корней уравнения  $x^2 + 10x + 4 = 0$ .
3. Решите неравенство  $\cos x - \sqrt{\frac{2}{3}} \cos 2x - \sin x \geq 0$ .
4. Решите уравнение  $\log_{\sqrt{x+1}} |5x - 1| = 4 \log_{|5x-1|} \sqrt{x+1}$ .
5. Окружность касается середины стороны  $AC$  треугольника  $ABC$  и пересекает сторону  $BC$  в точках  $K$  и  $L$ , так что  $BK = KL = LC$ . Чему может равняться радиус окружности, если  $\angle ABC = 45^\circ$  и  $AB = 1$ ?
6. Лыжник Григорий ехал по довольно пологому склону, но, проехав три четверти пути, провалился и сломал лыжи. Отбросив их за ненадобностью, он тут же пошёл обратно. В момент поломки с вершины горы стартовал лыжник Василий. На каком расстоянии от вершины он встретит Григория, если длина трассы равна 2100 метров, а Василий закончит спуск ровно тогда, когда Григорий доберётся до вершины горы? Скорости лыжников и пешехода считать постоянными.
7. В правильную треугольную призму с основаниями  $ABC$ ,  $A'B'C'$  и рёбрами  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$  вписана сфера. Найдите её радиус, если известно, что расстояние между прямыми  $A'K$  и  $B'L$  равно  $\sqrt{21}$ , где  $K$  и  $L$  — точки, лежащие на  $AB$  и  $BC$  соответственно, и  $AK : KB = BL : LC = 2 : 3$ .
8. Найдите все пары  $(x, y)$ , при которых достигается минимум выражения

$$\frac{2 - \sin x}{2 + \cos 2x} + \frac{2 + \cos 2x}{(y + 1)^2} + \frac{(y + 1)^2}{2\sqrt{y} + 1} + \frac{2\sqrt{y} + 1}{2 - \sin x}$$