

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

Дополнительное вступительное испытание по математике

июль 2012 года

ВАРИАНТ 124.

1. Найдите многочлен второй степени, если известно, что его корни равны  $-\frac{5}{7}$  и  $\frac{9}{4}$ , а свободный член равен  $-5$ .

2. Вычислите  $\log_3 \log_{64} \frac{716}{179}$ .

3. Решите неравенство

$$(4^x - 7 \cdot 2^x + 12) \cdot \sqrt{3^{x+1} - 1} \leq 0.$$

4. Решите уравнение

$$\cos 3x = \cos x + \sqrt{3} \sin x.$$

5. Найдите площадь фигуры, состоящей из точек  $(x, y)$  координатной плоскости, удовлетворяющих уравнению

$$|2y - x| + 2|y + 4| + |x| = 8.$$

6. Окружность касается сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $L$ , соответственно, и пересекает сторону  $AC$  в точках  $M, N$  (точка  $M$  лежит между точками  $A$  и  $N$ ). Найдите радиус этой окружности, если известно, что  $AM = 1$ ,  $NC = 3$ ,  $AK : KB = 2 : 1$  и  $BL : LC = 1 : 4$ .

7. Определите, при каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$a\sqrt{x+y} = \sqrt{2x} + \sqrt{3y}$$

имеет единственное решение  $(x, y)$ .

8. В основании пирамиды лежит правильный треугольник  $ABC$  со стороной  $5$ , боковые ребра  $AS, BS, CS$  пирамиды равны соответственно  $7, 7$  и  $3$ . Прямой круговой цилиндр расположен так, что окружность его верхнего основания имеет ровно одну общую точку с каждой из боковых граней пирамиды, а окружность нижнего основания лежит в плоскости  $ABC$  и касается прямых  $AC$  и  $BC$ . Найдите радиус основания цилиндра.